

# B. PRAVDĚPODOBNOST

## 1. Náhodné pokusy, možné výsledky, pravděpodobnost výsledku

PRAVDĚPODOBNOST – zabývá se matematickými zákonitostmi, které se projevují (při dostatečně velkém počtu pokusů) v náhodných pokusech

NÁHODNÉ POKUSY – pokusy, které při dodržení předepsaných podmínek mohou vést k různým výsledkům (závisí i na náhodě)

- KLASICKÉ: slosování loterie, tahy sportky, hody kostkou nebo mincí, míchání karet
- JINÉ (v praxi důležité): zjišťování účinků nového léku, výnosu nové odrůdy plodiny,...

MOŽNÉ VÝSLEDKY – ozn.  $\Omega$

- předp., že jsme schopni je předem všechny určit (je jich KONEČNÝ POČET) tak, že se NAVZÁJEM VYLUČUJÍ (nastane-li jeden, nemůže nastat druhý) a JEDEN Z VÝSLEDKŮ NASTANE VŽDY

MNOŽINA MOŽNÝCH VÝSLEDKŮ – zn.  $\Omega$

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\} \quad m \dots \text{počet možných výsledků (konečné číslo)}$$

### Příklady

- ① Zkoumáme, zda při hodu 3 mincemi, které umíme rozlišit, padne rub nebo líc mince. Zapište všechny možné výsledky.

$$\Omega = \{LLL, LLR, LRL, RLL, RRL, RLR, LRR, RRR\} \quad m=8$$

*množina možných výsledků*      *možní výsledky*      *počet možných výsledků*

- výbor uspoř. dvojic (nář. na pořadí) ze 2 prvků L, R 1 opak.  $\Rightarrow V(2, m) = m^k$   
 $\Rightarrow$  VARIACE 3 členů ze 2 prvků 1 opak.  $\Rightarrow m = V(3, 2) = 2^3 = 8$

- ② Ve třídě o 28 žácích vyberte losem 4 žáky. Určete počet možných výsledků losování, jestliže

a) závisí i na jejich pořadí

*počet členů x 28 bez opak., nář. na pořadí*

$$\Rightarrow m = V(4, 28) = 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25$$

b) nezávisí na jejich pořadí

*počet členů x 28 bez opak., nář. na pořadí*

$$\Rightarrow m = K(4, 28) = \binom{28}{4} = \frac{28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

- ③ V prvním osudí je bílá a červená koule, v druhém bílá, červená a modrá koule. Volíme jedno z osudí a z něj táhneme jednu kouli. Vypište všechny možné výsledky, zajímá-li nás jak číslo zvoleného osudí, tak i barva tažené koule.

$$\Omega = \{(1, b), (1, c), (2, b), (2, c), (2, m)\} \quad m=5$$

PRAVDĚPODOBNOST VÝSLEDKU  $\omega$  (z množiny všech možných výsledků  $\Omega$ ) – zn.  $p(\omega)$

– využijeme-li statistiku (provádíme  $n$  krát pokus)  $n \dots$  počet pokusů

$$p(\omega) = \frac{n(\omega)}{n}$$

$n(\omega) \dots$  četnost výsledku  $\omega$  (kolikrát nastal tento výsledek)

$\frac{n(\omega)}{n} \dots$  RELATIVNÍ ČETNOST VÝSLEDKU  $\omega$  v  $n$  pokusech

– POKUD JSOU VÝSLEDKY STEJNĚ MOŽNÉ (PRAVDĚPODOBNÉ)

$$p(\omega) = \frac{1}{m} \quad \forall \omega \in \Omega \quad m \dots \text{počet možných výsledků množiny } \Omega$$

PLATÍ:

$$p(\omega_1) + p(\omega_2) + \dots + p(\omega_m) = 1 \quad \text{součet pravděpodobností všech výsledků } \omega \text{ je rovný } 1$$

$$n(\omega_1) + n(\omega_2) + \dots + n(\omega_m) = n \quad \text{součet četností výsledků je rovný počtu pokusů}$$

$$[n(\omega) \in \mathbb{N}_0 \quad \frac{n(\omega)}{n} \in \mathbb{Q}_0^+ (\text{racionál.})]$$

Příklady

④ Házíme 50krát kostkou

$\omega$	1	2	3	4	5	6
$n(\omega)$	10	6	8	12	0	14
$p(\omega) = \frac{n(\omega)}{n}$	0,20	0,12	0,16	0,24	0,00	0,28

⑤ Hod ideální kostkou, stejně pravděpodobné výsledky

$$m=6 \quad \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$p(\omega) = \frac{1}{m} = \frac{1}{6}$$

⑥ Hod mincí (rub, líc), stejně pravděpodobné výsledky

$$p(R) = p(L) = \frac{1}{2}$$

⑦ Tah 6 čísel (1. výhra) ze 49 ve Sportce (všechny stejně pravděpodobné)

$$p(\omega) = \frac{1}{m} = \frac{1}{\binom{49}{6}} = 0,00000072$$

$$m = K(6, 49) = \binom{49}{6}$$

6 čísel, na poř. nemá, bez opakování, ML 49  $\Rightarrow K(6, 49)$

⑧ V tombole je 100 losů, z nichž bude vylosováno 10 vyhrávajících losů. Jaké jsou možné výsledky losování a jaké mají pravděpodobnosti.

stejně pravděpodobné  
 $m = K(10, 100)$   
 desetice ML 100  
 ML má pořadí!

$$p(\omega) = \frac{1}{m} = \frac{1}{\binom{100}{10}} = 6 \cdot 10^{-14}$$

⑨ Ze statistické ročenky (mezi živě narozenými dětmi v ČR)

– relativní četnost narození chlapců ... 0,516 =  $p(\omega_1)$

– relativní četnost narození dívek ... 0,484 =  $p(\omega_2)$

$$p(\omega_1) + p(\omega_2) = 1$$